

Рис. 4. Аппроксимация АКФ процесса, заданного логистическим отображением при  $\lambda = 3,74$  (а) и  $\lambda = 3,86$  (б).

### Литература

1. Клионский Д.М., Орешко Н.И., Геппенер В.В. Декомпозиция на эмпирические моды и ее использование при анализе дробного броуновского движения // Цифровая обработка сигналов. 2008. № 3. С. 37–45.
2. Vitanov N.K., Sakai K., Dimitrova Z.I. SSA, PCA, TDPSC, ACFA: Useful combination of methods for analysis of short and nonstationary time series // Chaos, Solitons & Fractals. 2008. Vol. 37. P. 187–202.
3. Шелудько А.С., Ширяев В.И. Алгоритм обработки информации на выходе высокочувствительного датчика в условиях малого числа измерений // Экстремальная робототехника. 2011. С. 264–273.
4. Антипов О.И., Неганов В.А. Прогнозирование и фрактальный анализ хаотических процессов дискретно-нелинейных систем с помощью нейронных сетей // Доклады АН. 2011. Т. 436. № 1. С. 34–37.
5. Нечаев Ю.И. Информационные технологии и управление в бортовых интеллектуальных системах новых поколений // Мехатроника, автоматизация, управление. 2010. № 1. С. 42–53.
6. Елсаков С.М., Ширяев В.И. О многоэкстремальности в задачах оценивания систем детерминированного хаоса // Вестник ЮУрГУ. Серия компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. 2009. № 3. С. 37–41.

### ВЫДЕЛЕНИЕ ХАОТИЧЕСКОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ КОРОТКОГО ВРЕМЕННОГО РЯДА ПРИ ЕДИНИЧНОЙ РЕАЛИЗАЦИИ

*Е.И. Малютина, В.И. Ширяев*

(Челябинск, Южно-Уральский государственный университет, vis@prima.susu.ac.ru)

### EXTRACTING CHAOTIC COMPONENT FROM SINGLE REALIZATION OF SHORT TIME SERIES:

*E.I. Malyutina, V.I. Shiryayev*

Предлагается один из способов повышения качества прогноза путем аппроксимации комбинацией детерминированных систем, решения которых при определенных значениях параметров являются хаотическими, ряда остатков [5, 4]. Как правило, аппроксимирующая модель, используемая для описания поведения системы, не в состоянии описать все особен-

ности системы. Ряд остатков, возникающий в результате применения модели, или случайная компонента, объясняется наличием шумов в системе и измерениях, а также влиянием неизвестных факторов. Полученный ряд остатков, в случае наличия в нем признаков детерминированного хаоса, предлагается аппроксимировать известными моделями с хаотическими решениями [7]. Предлагаемый способ улучшения прогноза применим в реальных условиях, когда речь идет о единичной реализации короткого временного ряда [6].

В качестве модельного примера системы с хаотическими решениями рассмотрим логистическое отображение

$$x_{k+1} = \lambda x_k (1 - x_k), \quad \lambda \in [3, 6; 4], \quad (1)$$

которое при разных значениях  $\lambda \in [3, 6; 4]$  порождает хаотические процессы, заданные неявно. Рассмотрим линейную комбинацию двух логистических отображений, когда параметры отображений и весовые коэффициенты неизвестны:

$$y_{k+1} = \sum_{i=1}^2 \alpha_i x_{ik+1} + \eta_{k+1}, \quad x_{ik+1} = \lambda_i x_{ik} (1 - x_{ik}), \quad i = 1, 2; k = 0, N-1, \quad (2)$$

где  $x_{ik} \in R$  – хаотическое решение системы,  $y_k \in R$  – вектор измерений,  $\alpha_i$  – весовые коэффициенты,  $\lambda_i$  – параметр логистического отображения,  $\eta_k \sim N(0, \sigma)$  – шумы в измерениях. Решается задача условной оптимизации [2] при оценке параметров модели (2):

$$\sum_{k=1}^N (y_k - (\alpha_1 \lambda_1 x_{1k-1} (1 - x_{1k-1}) + \alpha_2 \lambda_2 x_{2k-1} (1 - x_{2k-1})))^2 \rightarrow \min_{\alpha_1, \alpha_2, \lambda_1, \lambda_2}, \quad (3)$$

$$3,57 \leq \lambda_i \leq 4, \quad \alpha_1 + \alpha_2 = 1, \quad \alpha_i > 0, \quad i = 1, 2.$$

Получены следующие оценки значений параметров:  $\lambda_1 = 3,6, \lambda_2 = 4, \alpha_1 = 0,2, \alpha_2 = 0,8, N = 100, x_{10} = 0,07, x_{20} = 0,7$  – при уровне шумов в измерениях и наличии ошибок в оценке начальных значений параметров  $\varepsilon_k \sim N(0, \delta)$ . При  $\delta = 0,001$  и величине  $\sigma = 0,009$  ошибка оценивания параметров не превышает 10%. На рисунке 1 приведена оценка составляющих суммы логистических отображений  $x_{1k}, x_{2k}$ .

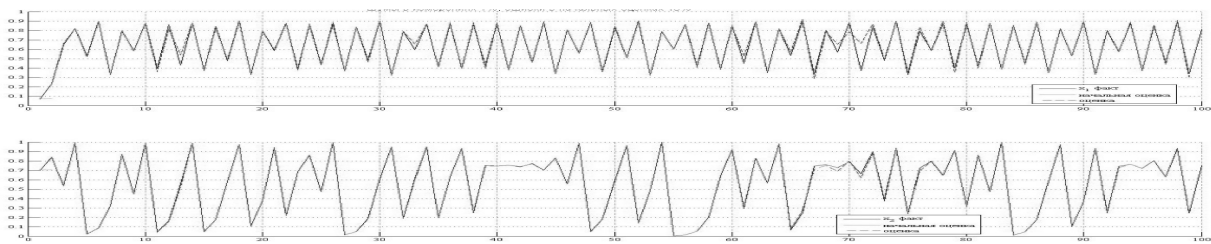


Рис. 1. Оценка составляющих суммы логистических отображений

В качестве реального временного процесса рассматривается ряд подключений абонентов мобильной связи [1]. Особенностью исходных данных является наличие в них недельных колебаний с большой амплитудой. Потребовалась предварительная обработка исходных данных [3]. В результате выделения недельной составляющей ряда показатель Херста изменился с  $H = 0,7393$  до  $H = 1,0336$ . Для формирования координат вектора состояния динамической системы, порождающий исследуемый временной ряд, используется метод последовательного дифференцирования. Для выборки  $N=100$  построено множество предсказаний. Средняя ошибка прогноза составила 7,92% (рис.2).

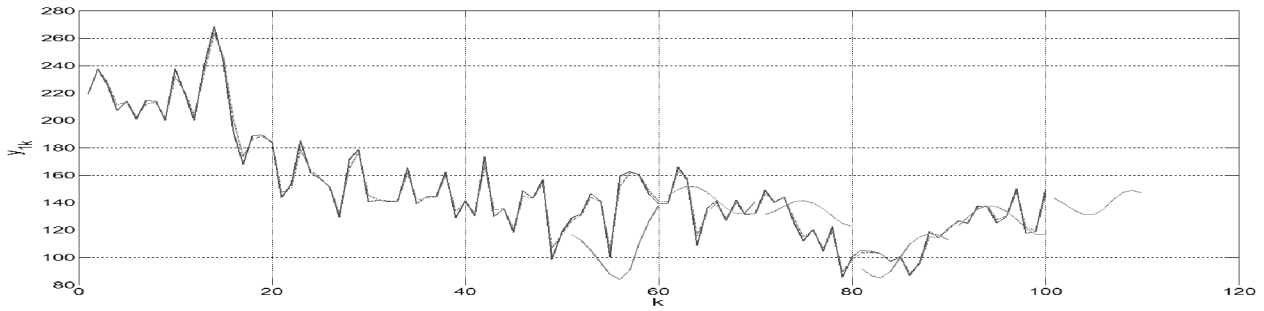


Рис. 2. Шаговые прогнозы

Для повышения качества построения модели модель для ряда остатков  $e_k$  от аппроксимации ряда подключений строим в виде решений суммы логистических отображений: 
$$e_k = \sum_{i=1}^m a_i x_{ik} + \varepsilon_k, \quad k=0,1,\dots,N-1 \quad (13),$$
 где  $x_{ik} \in R$  - хаотическое решение, которое имеет место в модели (1).

На первом этапе из интуитивных предположений в качестве слагаемых суммы выбираются решения  $m=3$  логистических уравнений с параметрами  $\lambda_1=3,6$ ,  $\lambda_2=3,7$  и  $\lambda_3=3,8$  и начальными условиями  $x_{i0}=0,5, i=1,2,3$ . По методу наименьших квадратов находятся оценки коэффициентов разложения. В результате первого этапа показатель Херста для ряда  $\varepsilon_k = e_k - \sum_{i=1}^3 a_i x_{ik}, k=0,1,\dots,N-1$  стал равным 0,4492.

На втором этапе при фиксированных значениях  $a_i$  проводится оптимизация по значениям  $\lambda_i$  с точностью  $\varepsilon_\lambda=0,01$ , в результате чего получены следующие значения:  $\lambda_1=3,65$ ,  $\lambda_2=3,72$  и  $\lambda_3=3,78$ . На рис.3 представлен ряд остатков после аппроксимации на первом этапе и его аппроксимация на втором этапе.

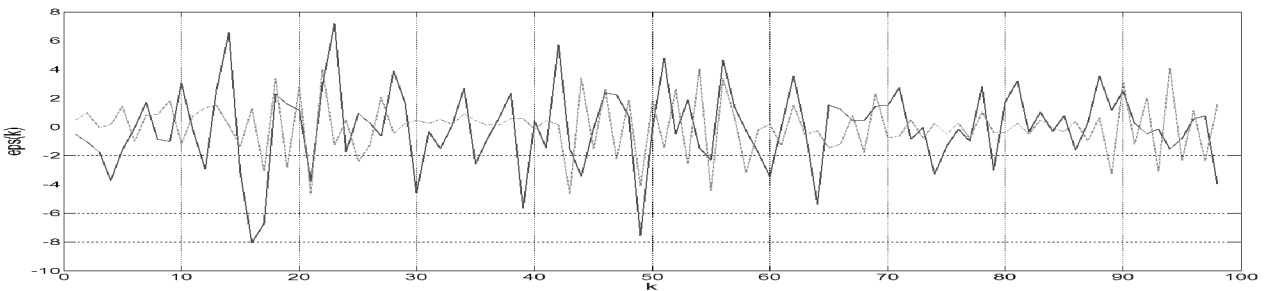


Рис. 3. Ряд остатков этапа 1(—) и его аппроксимация(---)

Показатель Херста после выполнения 2 этапа стал равным 0,4820, полученный ряд остатков по своим свойствам близок к случайному. Следовательно, полученный в результате решения задачи оптимизации ряд остатков приближен по своим свойствам к белому шуму, дальнейшую аппроксимацию проводить не имеет смысла.

### Литература

1. Гришин И.В., Манкевич Е.И., Шелудько А.С., Ширяев В.И. К решению задач идентификации процессов с хаотической динамикой// Механика и процессы управления. Тр. XXXVII Уральского семинара. – Екатеринбург: УрО РАН, 2007. – Т. 2. – С. 229–239.

2. Елсаков С.М., Ширяев В.И. О многоэкстремальности в задачах оценивания систем детерминированного хаоса // Вестник ЮУрГУ. Серия компьютерные технологии, управление, радиоэлектроника. 2009. №3. С. 37-41.
3. Клионский Д.М., Орешко Н.И., Геппенер В.В. Декомпозиция на эмпирические методы и ее использование при анализе дробного броуновского движения // Цифровая обработка сигналов. 2008. №3. С. 37-45.
4. Лоскутов А.Ю. Очарование хаоса // Успехи физических наук. – 2010. – Т. 180, №12. – С. 1305–1329.
5. Манкевич Е.И., Ширяев В.И. О задаче оценивания параметров моделей систем с хаотическими решениями// Стратегическое планирование и развитие предприятий. Матер. десятого Всеросс. симпоз. – М.: ЦЭМИ РАН, 2009. – Секция 2. – С. 122–124.
6. Шелудько А.С., Ширяев В.И. Алгоритм обработки информации на выходе высокочувствительного датчика в условиях малого числа измерений // Экстремальная робототехника. 2011. С. 264-273.
7. Voss, H.U. Nonlinear dynamical system identification form uncertain and indirect measurements / H.U. Voss, J. Timmer // Int. J. of Bif. and Chaos. 2004. №6. P. 1905-1933.